

RTM 二维径向流动模型的理论概况及研究

史德军，卢 红，胡福增

(华东理工大学材料科学与工程学院，上海 200237)

摘要：综述了牛顿流体在放置了各向同性和各向异性预制件的 RTM 平板模具中二维径向恒流和恒压渗流的流动模型。对各个模型的可测量物理量之间的关系通过求解其解析解进行了必要的拓展补充推导和研究分析，对传统的二维解析方程进行了拓展和改进，提供了在不透明模具中测定渗透率的方法。即在恒流条件下利用压力传感器和恒流泵测定预制件的二维渗透率，或者在恒压条件下利用数字流量计和压力表测得二维渗透率。这些解析解的关系式也可用于实验预估模具中的压力分布及充模时间等。

关键词：RTM；复合材料；径向流动；渗透率

中图分类号：TQ327 文献标识码：A 文章编号：1003-0999(2004)03-0038-04

1 引言

树脂传递模塑(RTM)技术是一种高质量低成本生产复合材料制品的先进的成型技术。RTM 将树脂液注入到放置了预制件的模具中，通过树脂在模腔中的流动润湿预制件，就地固化成型制成复合材料制品。树脂在预制件中的流动状况对 RTM 制品的质量有着重要的影响。渗透率是表征流动状况的关键参数。关于 RTM 的流动模型，目前国内外文献中出现得比较多的有一维单向流动、各向同性介质中的二维径向流动以及各向异性介质中的二维径向流动的恒压渗流和恒流渗流的流动模型^[1~5]，复杂的流动则有限元分析方法^[3]使用得较多，而三维模型报道的较少。本文通过解析法分析了二维径向流动模型，并推导了各种模型物理量之间的关系，从而得到更多可测定物理量之间的关系式。不同物理量的关系式决定了测定渗透率所需用测量仪器的不同、测定复杂程度的不同以及适用范围的不同。

2 RTM 渗流理论基础

径向流动(radical flow)是指注射口位于模具的几何中心，流体以注射口为中心向四周渗流。渗流过程通常用达西定律(Darcy law)来描述。达西定律可表示为下面的公式：

$$\vec{U} = -\frac{\tilde{k}}{\eta} \nabla P \tag{1}$$

\tilde{k} 是多孔性介质的渗透率张量(m^2)。它与多孔性介质的结构特性有关，而与流体的特性无关。由

于毛细效应^[6]和边缘效应^[4]，渗透率的测定值(表观渗透率)会偏大。 η 是流体粘度(Pa.s)， ∇P 是压强梯度(Pa/m)， \vec{U} 是流量密度(m/s)，也称为速度矢量，是通过单位面积的体积流速。二维流动的达西定律表达为^[2,3]：

$$\begin{bmatrix} U_x \\ U_y \end{bmatrix} = -\frac{1}{\eta} \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial x} \\ \frac{\partial P}{\partial y} \end{bmatrix} \tag{2}$$

而对于三维渗流^[8]，达西公式可以表达为：

$$\begin{bmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \end{bmatrix} = -\frac{1}{\eta} \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{xz} \\ k_{yx} & k_{yy} & k_{yz} \\ k_{zx} & k_{zy} & k_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial x} \\ \frac{\partial P}{\partial y} \\ \frac{\partial P}{\partial z} + \rho g \end{bmatrix} \tag{3}$$

若将坐标轴的方向与渗透率张量的主方向一致，则渗透率张量矩阵具有对角线的形式

$$k_{ij} = \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_z \end{bmatrix} \tag{4}$$

流体在各项同性的玻璃纤维预制件中，当从模具中心注入作二维渗流时，其流动前沿呈圆形，如图 1 所示

恒压条件下流动前沿 R_f (注入口的中心点到前沿的距离)与充模时间 t 有定量的关系^[2]：

$$\left(\frac{R_f}{R_0}\right)^2 \left[2 \ln \left(\frac{R_f}{R_0} \right) - 1 \right] + 1 = \frac{4 P_{in} \tilde{k}}{\Phi \eta R_0^2} t \tag{5}$$

收稿日期：2003-12-02
本文作者还有徐云龙及郑安呐
作者简介：史德军(1974-)，男，硕士研究。

R_f 为模口中心到流动前沿的距离 ; R_0 为模具入口处预制件的开孔半径 ; P_{in} 为模口的压力。当模具出口压力为大气压时 , P_{in} 应为表压。若模具出口抽真空 , 则 P_{in} 应表示为模具入口与出口的压差 ∇P , 而 ∇P 更恰当。

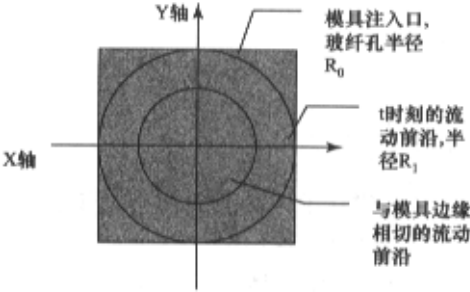


图 1 各向同性介质中二维径向渗流

流体在各向异性的玻璃纤维中渗流时 , 其流动前沿将呈现椭圆形。只有在椭圆的长轴和短轴方向上压强梯度和速度才保持方向的一致性^[4]。

假定流体是不可压缩的 , 从而 $\nabla \cdot \vec{U} = 0$, 结合公式 (1) 得

$$\nabla \cdot \left(\frac{\tilde{k}}{\mu} \nabla P \right) = 0 \tag{6}$$

若将坐标轴的方向与渗透率张量的主方向一致。则二维渗透率张量

$\tilde{k} = \begin{bmatrix} k_x & 0 \\ 0 & k_y \end{bmatrix}$, 而 $\nabla P = \frac{\partial P}{\partial x} i + \frac{\partial P}{\partial y} j$, 均代入公式 (6) 并消去 μ 得

$$k_x \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = 0 \tag{7}$$

如果二维流动的介质是各向同性的 , 则 $k_x = k_y$, 从而公式 (7) 改写成

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = 0 \tag{8}$$

对于公式 (8) , 加上边界条件可较容易求到二维各向同性介质中各个可测量物理量之间的关系。对于公式 (7) 求解这个二次偏微分方程则不容易。文献 3~5] 介绍了流体在各向异性的玻纤中椭圆形流动的模型 , 并用 $k_e = \sqrt{k_x k_y}$ 表示各向异性多孔介质的二维径向流动的有效渗透率。文献 4] 给出了各向异性多孔介质的二维径向流动的有效渗透率、体积流速、压力和流动前沿的长半轴等之间的关系式 :

$$k_e = \sqrt{k_x k_y} = \frac{Q}{P_{inlet} h} \frac{\eta}{2\pi} \frac{\ln(R/R_{in}) + \ln f}{\left(\frac{k_x}{k_y} \right)^{1/2} + 1} \tag{9}$$

其中

$$f = \frac{1}{\left(\frac{k_x}{k_y} \right)^{1/2} + 1} \left\{ 1 + \left[1 + \frac{R_{in}^2}{R^2} \left(\frac{k_x}{k_y} - 1 \right) \right]^{1/2} \right\}$$

这里的 P_{inlet} 也应表示为模具入口与出口的压差 ∇P 。如果固定其中的流量 q , 可用恒流的方式测定渗透率 ; 如果固定其中的 P_{inlet} , 可用恒压的方式测定渗透率。

并且 , 椭圆形的流动前沿的长短半轴 R_x 和 R_y 与两个方向上的渗透率 k_x 和 k_y 有着如下的关系^[6] :

$$\frac{k_y}{k_x} = \left(\frac{R_y}{R_x} \right)^2 \tag{10}$$

当 R 相对于 R_0 足够大时趋于此关系 , 而 R 不太大时则偏差较大。

方程 (11) 为文献 7] 介绍的。各向异性多孔介质的二维径向流动的公式。如果固定体积流速 Q 不变 , 则反映了压强随时间的变化关系 ; 如果固定压强 P_i 则反映了流量 Q 随时间的变化关系 :

$$P_i = \frac{\eta Q}{4\pi h \sqrt{k_{xx} k_{yy}}} \ln \left(1 + \frac{Q t}{\pi h (1 - \nu_f) r_0^2} \right) \tag{11}$$

这里的 P_i 相当于前面公式中的 P_{inlet} 或 ∇P 。但是 , 若固定公式 (9) 中的 Q , 也就是让流量恒定 , 会发现所得到的恒流解析解和公式 (11) 不同。考虑到椭圆模型假定的基本条件^[5] , 可知这些解析解都是近似解。

3 模型的拓展

牛顿流体在各向同性多孔性介质中的流动 , $k_x = k_y = k$, 其控制方程为上面的公式 (8) 。流体在模具中渗流为非稳态流动 , 设模口处预制件的开孔半径为 R_{in} , 当流速较慢时 , 流动的 t 时刻 , 假定牛顿流体渗流仍然符合稳态渗流的规律。 t 时刻流动前沿半径为 R_{out} , 模具注入口的压强为 P_{in} , 流动前沿的压强 (在饱和流动前是模具出气口的压强) 为 P_{out} 。

根据条件列如下方程 :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = 0 \\ x^2 + y^2 = R_{in}^2 \text{ 处 } , P = P_{in} \\ x^2 + y^2 = R_{out}^2 \text{ 处 } , P = P_{out} \end{cases} \tag{12}$$

求解方程得：

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{P_{in} + P_{out}}{2} + \frac{P_{in} - P_{out}}{2} \cdot \frac{\ln \frac{R_{in} R_{out}}{x^2 + y^2}}{\ln \frac{R_{out}}{R_{in}}} \\
 &= \frac{P_{in} + P_{out}}{2} + \frac{P_{in} - P_{out}}{2} \cdot \frac{\ln \frac{R_{in} R_{out}}{R^2}}{\ln \frac{R_{out}}{R_{in}}} \\
 &= P_{out} + \frac{P_{in} - P_{out}}{\ln \left(\frac{R_{out}}{R_{in}} \right)} \ln \left(\frac{R_{out}}{R} \right) \\
 &= P_{in} - \frac{P_{in} - P_{out}}{\ln \left(\frac{R_{out}}{R_{in}} \right)} \ln \left(\frac{R}{R_{in}} \right) \quad (13)
 \end{aligned}$$

其中： $x^2 + y^2 = R^2$

公式(13)反映的是各向同性的介质中流体呈圆形径向扩张,压力梯度线也是圆形。从模口 R_{in} 到流动前沿为 R_{out} 的压强分布在流动前沿未到达模具边缘时,理论上符合上式。压力分布从模口到前沿呈倒漏斗形,如图 2 所示。

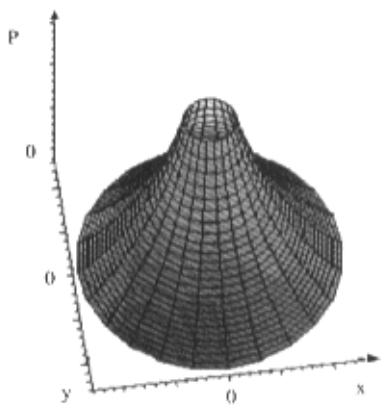


图 2 各向同性介质中压力分布

对于位于 R_{in} 和 R_{out} 之间径向上的任意一点 R 有：

$$U = \frac{k}{\eta} \frac{dP}{dR} \quad (14)$$

$\frac{dP}{dR}$ 是半径 R 处的径向压力梯度,而点 R 处的流量密度 U 又可以表示为：

$$U = \frac{q}{2\pi Rh} \quad (15)$$

其中, h 是模具内腔的厚度。联立式(14)和(15),从而得到：

$$\begin{aligned}
 q &= \int \vec{U} \cdot n dS = U \int n dS \\
 &= - \frac{k}{\eta} \frac{dP}{dR} 2\pi R h \quad (16)
 \end{aligned}$$

由公式(13)可以得到：

$$\frac{dP}{dR} = - \frac{(P_{in} - P_{out})}{R \ln \left(\frac{R_{out}}{R_{in}} \right)} \quad (17)$$

代入式(16)得：

$$q = \frac{2\pi h k (P_{in} - P_{out})}{\eta \ln \left(\frac{R_{out}}{R_{in}} \right)} \quad (18)$$

公式(18)建立了体积流速 q 、压差 $P_{in} - P_{out}$ 和流动前沿 R_{out} 之间的关系。

在 $P_{in} - P_{out}$ 恒定的情况下方程(18)反映了恒压条件下体积流速 q 和流动前沿 R_{out} 之间的定量关系。如果使用数字流量计和压力表,并拍摄和记录任意时刻的流动前沿 L_t ,可以算出渗透率,但这需要透明的模具。

流动前沿 R_{out} 处的径向流速为：

$$u = \frac{dR_{out}}{dt} = \frac{q}{2\pi R_{out} h \Phi} \quad (19)$$

将公式(18)代入式(19),得到如下公式：

$$\frac{k(P_{in} - P_{out})}{\eta \Phi} dt = R_{out} \ln \left(\frac{R_{out}}{R_{in}} \right) dR_{out} \quad (20)$$

当 P_{in} 和 P_{out} 为恒定值时(即恒压),对式(20)积分。边界条件： $t = 0$ 时, $R_{out} = R_{in}$,得到：

$$\left(\frac{R_{out}}{R_{in}} \right)^2 \left[2 \ln \left(\frac{R_{out}}{R_{in}} \right) - 1 \right] + 1 = \frac{4(P_{in} - P_{out})k}{\Phi \eta R_{in}^2} t \quad (21)$$

方程(21)建立了恒压条件下流动前沿 R_{out} 和流动时间 t 的关系。拍摄和记录到任意时刻 t 的流动前沿 L_t ,可以算出渗透率,但这也需要透明的模具。

将方程(18)可以改写成：

$$P_{in} = P_{out} + \frac{q\eta}{2\pi h k} \ln \left(\frac{R_{out}}{R_{in}} \right) \quad (22)$$

在 q 恒定的时候,方程(22)反映了恒流条件下模口压力 P_{in} 和流动前沿 R_{out} 之间的定量关系。如果引入恒流泵和压力传感器,并拍摄和记录到任意时刻的流动前沿 L_t ,可以算出渗透率,这同样需要透明的模具。

将公式(22)代入公式(13)得：

$$P = P_{out} + \frac{q\eta}{2\pi h k} \ln \left(\frac{R_{out}}{R} \right) \quad (23)$$

公式(23)反映了恒流充模时流动 t 时刻,流动前沿位于 R_{out} 、 R_{in} 与 R_{out} 之间的任一点 R 的压强解析解。对公式(23)求 R 的偏微分得:

$$\frac{\partial P}{\partial R} = -\frac{\mu q}{2\pi R h k} \tag{24}$$

可以发现,对于任意一点 R ,其压强梯度不随着流动前沿 R_{out} 的增大而变化,即恒流充模时各点的压力梯度不随时间变化,而仅与其在模具中的位置及恒流流量、流体粘度、预制件的厚度和渗透率有关。

联立公式(18)和公式(21),可以解得:

$$\frac{4(P_{in} - P_{out})k}{\Phi \eta R_{in}^2} t = \left[\frac{4\pi h k (P_{in} - P_{out})}{q \eta} - 1 \right] e^{\frac{4\pi h k (P_{in} - P_{out})}{q \eta}} + 1 \tag{25}$$

在压力恒定的情况下公式(25)反映的是流量 q 和时间 t 的关系,引入数字流量计后直接测得流量和时间的关系,可以算出渗透率,而在流量 q 恒定的情况下公式(25)则反映的是模口压力 P_{in} 与时间 t 的定量关系。引入压力传感器和恒流泵,根据压力和时间关系可直接算得渗透率。理论上,即使模具不透明也可用于测定渗透率。

由于边缘效应,流体在模腔壁面的流动速度快于预制件内部会导致高估充模时间,而实际充模时间减小,以及流动前沿形状的改变、压强分布的变化等。毛细效应会在预制件内部毛细管中产生附加的毛细渗透压,导致流动速度的加快,充模时间的高

估,或者测定渗透率时导致渗透率测定值的高估。当流动前沿到达模具四周壁面后,流动前沿由于壁面的阻碍而发生改变,压强分布也会发生变化。在壁面处,压强分布符合 $\frac{\partial P}{\partial n} = 0$,公式(1)和公式(6)仍然有效。由于计算复杂,更多采用有限元分析方法^[3]。在不考虑边缘效应和毛细效应^[6]以及流动前沿没有到达四周的壁面时,方能推导出上述结论,并将它们用于渗透率的测定。

参考文献

[1] 胡晓斌,马玉录等. RTM 成型工艺的理论研究[J]. 玻璃钢/复合材料,1995 (3):3-7.

[2] 陈萍等. 铺层方式对织物渗透率的影响[J]. 复合材料学报,2001,18(1):30-33.

[3] Albert W Chan and Sun - Tak Hwang. Molding of the impregnation process during resin transfer molding[J]. Polymer Engineering and Science, 1991, 31(15):1189-1156.

[4] T James Wang, C H Wu, and L James Lee. In-plane permeability measurement and analysis in liquid composite molding[J]. Polymer Composites, 1998, 19(8):278-288.

[5] K L Adams, W B Russel and L Rebenfeld. Radical penetration of viscous liquid into a planar anisotropic porous medium[J]. Int. J. Multiphase Flow, 1988, 14(2):203-215.

[6] 陈萍等. 渗透率测定中的毛细效应[J]. 宇航材料工艺, 2000, 2:88.

[7] Richard S, Parnas, J Grant Howard, Thomas L Luce and Suresh G Advani. Permeability characterization part 1: a proposed standard reference fabric for permeability[J]. Polymer Composites, 1995, 16(6):429-444.

[8] 孔祥言. 高等渗流力学[M]. 中国科学技术大学出版社, 1999.36.

SURVEY AND STUDY ON MODEL OF 2-DIMENSION RADIAL FLOW IN RTM

SHI De-jun, LU Hong, HU Fu-zeng

(Institute of Material Science & Engineering, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237, China)

Abstract: In this article 2-D radial flow in planar isotropic and anisotropic preforms has been reviewed. A theoretical model has been developed for obtaining preform permeability in RTM mould without transparent mould. With equations described, data on inlet pressure vs. time for constant flow rate of mold filling, or data on flow rate vs. time for constant pressure of mold filling can be used for calculating preform permeability.

Key words: RTM; permeability; unidirectional flow; model; composite material